《中国科技史杂志》第 35 卷 第 1 期(2014 年): 1 ~ 15
The Chinese Journal for the History of Science and Technology Vol. 35 No. 1(2014)

奥斯古德与函数论在中国的传播

郭金海
(中国科学院 自然科学史研究所,北京 100190)

摘 要 1934 ~ 1936 年,美国著名数学家、哈佛大学数学系教授奥斯古德(1864 ~ 1943 年)作为北京大学研究教授在数学系进行了讲学活动,主要开设了函数论方面的课程。他是首位在中国系统传播函数论的国外数学家。其讲学期间所撰英文著作《实变函数》和《复变函数》1936 年由北京大学出版部出版。这两部著作部分内容取材于其所著《函数论教科书》,但有些内容经过较大的改编; 前者稿本即其"实数函数论"课程讲义,是中国最早出版的实变函数教科书,后者与其"复数函数论"授课内容密切相关,是中国最早出版的复变函数教科书。奥斯古德的讲学活动使北大数学系的函数论课程更为专门化,推进了函数论在中国的传播,并使该系学生受到哈佛训练模式的训练,缩小了他们与国际水平的差距,也使他们体认到学者的风范。

关键词 奥斯古德 北京大学数学系 实变函数 复变函数 数学传播
中图分类号 N092: O1-09
文献标识码 A **文章编号** 1673-1441(2014)01-0001-15

奥斯古德(William Fogg Osgood,1864 ~ 1943 年)是美国著名数学家、哈佛大学数学系教授。1934 至 1936 年,他作为北京大学研究教授在数学系进行了为期近两年的讲学活动(封二)。他主要开设了函数论方面的课程,1936 年由北京大学出版部出版了两本英文著作——《实变函数》(*Functions of Real Variables*)[1] 和《复变函数》(*Functions of a Complex Variable*)[2]。探究他开设的数学课程和这两本著作,可以深入了解和认识他在中国传播函数论的情况,有助于了解当时北京大学对外学术交流和数学系教学的状况、抗战前国外数学家来华讲学的内容,以及 20 世纪 30 年代中国数学发展的大背景。

目前,虽有学者论及奥斯古德的讲学活动[3~6],但对其在北京大学的具体授课内容和上述两本著作都鲜有关注,更未见专门的探讨。哈佛大学数学系教授沃尔什(Joseph L. Walsh,1895 ~ 1973 年)在他所撰《奥斯古德》一文中,指出上述两本著作大部分内容取材于奥斯古德的《函数论教科书》(*Lehrbuch der Funktionentheorie*)。[7] 这种观点容易使人认为这两本著作大部分内容照搬于《函数论教科书》,而事实不然。

收稿日期: 2013-08-01; 修回日期: 2013-12-26
作者简介: 郭金海,1974 年生,天津人,博士,中国科学院自然科学史研究所副研究员,主要研究中国数学史、中国近现代科学史、中国科学院院史。
基金项目: 中国科学院自然科学史研究所重大项目"科技知识的创造与传播"

本文基于北京大学、哈佛大学档案,《国立北京大学算学系课程指导书(民国二十三年度)》和《北京大学周刊》等原始文献,对奥斯古德在北京大学(以下简称"北大")数学系开设的数学课程与上述两本著作进行考察,力图客观展现他在中国传播函数论的情况,并探讨他的《实变函数》、《复变函数》与《函数论教科书》的关系,分析其在中国传播函数论的优势及其讲学活动的意义和影响。希冀通过本文能推进关于抗战前国外数学家来华讲学活动的研究。

1 奥斯古德到北大讲学的意图与相关背景

奥斯古德是20世纪中前期美国数学界的一位重要人物。1882年进入哈佛大学学习,1887年获硕士学位后到世界数学研究中心哥廷根大学,师从哥廷根学派前期领袖克莱因(Felix Klein,1849~1925年)。1889年转入埃尔兰根大学,在代数几何学领袖人物诺特(Max Noether,1844~1921年)指导下于1890年获博士学位。此后任教于哈佛大学数学系,1903年升为教授,1913年获潘金斯(Perkins)数学教授名誉,1918至1922年任系主任。([7],79~85页)1904年当选美国科学院院士。1905至1906年担任美国数学会主席。1898、1913年担任美国数学会讨论会讲师(Colloquium Lecturer)。

奥斯古德与家人于1934年8月抵达北大。此前北大与中华教育文化基金董事会于1931年设立合作研究特款。奥氏是北大以此款聘请的研究教授。[8] 当时他虽已年届古稀,基本离开数学前沿,但富有教学能力和经验。作为美国数学界最著名的教师之一,他能胜任大学各年级课程与专门的研究生课程。[9] 他对教学非常投入,讲课精确、严谨,有激励性,总是强调经典问题和结果。([7],83页)他撰有多部教科书。其中,《函数论教科书》、《初等微积分》(*A First Course in the Differential and Integral Calculus*)在其来华前曾被北大数学系用作参考书或教本。[10]


THE NATIONAL UNIVERSITY OF PEKING
PEIPING, CHINA

THE AGREEMENT

This Agreement is made on the first of August in the 23rd year of the Chinese Republic (1934) by and between the National University of Peking and Prof. W. F. Osgood, who is to be engaged by the said University as Professor of Mathematics:

Art. 1. Prof. Osgood shall be the Professor of Mathematics in the National University of Peking, which Professorship is endowed by the China Foundation for the Promotion of Education and Culture.

Art. 2. Prof. Osgood shall deliver lectures, conduct research, give special talks, and help to organize Mathematics courses.

Art. 3. Prof. Osgood shall not undertake any other engagement outside the University.

Art. 4. Prof. Osgood shall receive a monthly salary of $600 Chinese currency for 12 months a year.

Art. 5. The University shall pay for Prof. and Mrs. Osgood each a first class return passage to and from Peiping.

Art. 6. The present Agreement shall be in effect for a period of one year, but may be extended upon mutual consent. Three months notice shall be given, in case one party intends not to renew the Agreement upon the expiration of the term.

Art. 7. Should the one year term be extended, the payment of the passage from Peiping, mentioned in Art. 5 shall be paid upon the expiration of the term extended.

Signed:

Monlin Chiang
The Chancellor.

Dean of the College of Science.

Professor of Mathematics.

图1 1934年8月1日北京大学与奥斯古德签订的合同

按照北大与他签订的合同(图1),奥氏在北大需要讲课、做研究、进行特别会谈和帮助组织数学课程,不能在校外兼职。其月薪为600元国币①。[11] 从笔者掌握的文献看,奥氏到北大讲学的一个意图是引入哈佛大学数学系的训练

① 据1935年2月北大核定的《国立北京大学核发薪金清册》,奥斯古德的每月薪额在北大最高,为700元国币(合款),实际较上述合同中规定的每月薪额多100元。当时北大校长蒋梦麟的每月薪额为600元国币,校中教授(不包括奥斯古德)的每月薪额最高的为500元国币,如冯祖荀、江泽涵都是如此;副教授每月薪额是从280至320元不等。详见《国立北京大学核发薪金清册》(王学珍、郭建荣主编《北京大学史料》第2卷,北京:北京大学出版社,2000年,第502~514页)。

模式(简称“哈佛训练模式”)。作为中国第一个大学数学系,北大数学系于 1913 年正式成立后虽然对课程设置做了许多有益的探索,但缺乏严格有效的管理制度和机制。1931 年被聘为该系教授并主持系务的江泽涵(1902～1994 年),晚年回忆当年未在该系开设其专长的拓扑学课程时说:

> 这一年我未在北大教拓扑学,我持的理由是学习拓扑学需要对预修课有严格的训练,而北大数学系多年来对于课程的课外作业和期终考试都形同虚设,暂时还不应开拓扑学,当时学校的教学纪律很差。学生可以任意旷课,更谈不上每周学生交练习题,甚至于考试前老师发下十个题做范围,考时只要学生答其中四、五个题。([8],14 页)

在这种情况下,由于校长蒋梦麟、理学院院长刘树杞、文学院院长胡适、数学系主任冯祖荀等的支持,年轻气盛的江泽涵即开始整顿数学系,并主张对学生采用哈佛大学数学系、南开大学算学系的训练模式。([8],14～15 页)奥氏在哈佛大学数学系任教 43 年,熟谙哈佛训练模式,无疑是引入哈佛训练模式的一个合适人选。

据哈佛大学档案[12]、北大与奥氏签订的合同[11],江泽涵于 1934 年 8 月前已与奥氏取得联系,希望他到北大数学系讲学。后得到已在哈佛大学退休的奥氏的同意。而且奥氏建议按照哈佛大学数学系本科生和研究生一年级课程的精神,分别重新组织北大数学系的初等、高等课程。1934 年 8 月 20 日,江氏在致哈佛大学数学系教授伯克霍夫(George David Birkhoff,1884～1944 年)的信(图 2)中称:

> 我想你已经知道奥斯古德教授将于本月底到达北平。在我们的大学,不仅没有数学研究生,而且对于数学本科生的训练也不是本应该的那样。几周前,奥斯古德给我们写了一封长信。他建议按照哈佛大学本科生和研究生一年级课程的精神,分别重新组织我们的初等、高等课程。这个想法将于下学年付诸实施,其前景非常看好。[12]

Department of Mathematics
THE NATIONAL UNIVERSITY OF PEKING
PEIPING, CHINA.

August 20, 1934

Dear Prof. Birkhoff:

You and Mrs. Birkhoff must be back at Cambridge for a long time already. Your short stay at Peiping gave us enormous pleasure and benefit. Although you are away from us now, we hope that, you will continue to give us kind and frank advices from time to time, after you observed personally our mathematical education.

I suppose, you know already that Prof. Osgood will arrive at Peiping at the end of this Month. In our university there are not only no graduate students of mathematics, but the undergraduate mathematical training is also not what it should be. Concerning the latter Prof. Osgood wrote us a long letter several weeks ago. He proposed to reorganize our elementary and advanced courses in the spirit of the undergraduate and the first year graduate courses at Harvard respectively. His idea has great prospect to be carried out in steps from the next academic year.

During your lecturing here you mentioned one paper of yours on four-colors problem published in Italy. We have difficulty to look for this paper in China. If you have any reprint left, will you kindly send me one? The Rice Institute sent our library a complete set of its pamphlet publications.

The three pictures I took at the station when you left Peiping turned out not bad. Enclosed you will find one of each kind.

My wife and I have best wishes for you and Mrs. Birkhoff. Please kindly give our best regards to Prof. Morse.

Very respectfully yours
Tsai-Han Kiang
(Tsai-Han Kiang)

图 2　1934 年 8 月 20 日江泽涵致伯克霍夫信

奥氏到北大讲学的第二个意图,是教授函数论及理论力学。其所授课程共 5 门“实数函数论”、“函数各论乙”、“复数函数论”、“复数函数论(第二部)”、“理论力学”。[13,14] 前 4 门均属函数论方面课程,是讲学的重点。奥氏专攻函数论,这是其重点教授函数论方面课程的主因之一。

同时应该指出,函数论(主要是实变函数论和复变函数论)是属于分析学的应用广泛的重要基本学科。[15] 早在奥氏讲学之前,函数论方面课程在我国已受到一定重视。1904 年晚清政府将“函数论”已纳入癸卯学制的格致科大学算学门课程。[16] 1912 年北大制定

新学制时，又将它纳入理科“数学门”课程。[17] 在奥氏之前，北大数学系已开设过函数论方面的课程，如：1916 年的“函数论”、“函数各论”[18]，1924～1925[19]、1925～1926[10]、1926～1927[20] 年度的“函数通论”，1925～1926 年度的“函数各论”[10]，1929～1930 年的“实数函数”[21]，1932～1933 年度的“函数通论”、“函数各论”[22]。但该系从未像奥氏讲学时那样系统开设函数论方面的多种课程，尤其是未专门开设过复变函数论课程。当时除浙江大学数学系[23] 之外，国内可能尚没有其他大学数学系在两三个学年度内兼设实变函数论、复变函数论课程。国内也没有专门关于实变函数论、复变函数论的教科书或著作出版。更无国外数学家来华教授这些课程。在这种情况下，奥氏作为一代函数论名家，到北大讲学实开国外数学家来华传播函数论之先河，对推进函数论在中国的传播具有不可轻忽的意义。

2 “实数函数论”课程与《实变函数》

奥氏的“实数函数论”课程开设于 1934 年度。它属于“高等课程”（另有“基本课程”），由四年级学生选修，课时半年，“上学期每周讲演四小时，四学分”（[13]，8 页）。《国立北京大学算学系课程指导书（民国二十三年度）》刊有此课纲要：

> 无穷级数。匀收敛。匀连续与有定积分。隐函数存在定理。微分方程式之存在定理。偏微分方程式。Cauchy 问题。特性曲线（Characteristics）。可和之级数。（[3]，8 页）

其中“有定积分”即“定积分”、“特性曲线”即特征曲线。

1936 年，奥氏在北大出版部出版的英文著作《实变函数》（图 3）[1] 能够具体反映此课内容。据该书《序言》：“此书是对 1934 至 1935 年秋冬两季在北京大学所作讲演的详细阐述。”（[1]，iii 页）“讲演”指奥氏关于此课的讲课，这意味着此书稿本即奥氏此课讲义。1935 年，《国立北京大学研究报告（民国二十三年度上学期）》对奥氏此课讲义将要付印还有说明“学生讲义中关于 *Theory of Functions of Real Variables* 之部分亦拟同时付印①”[24]。

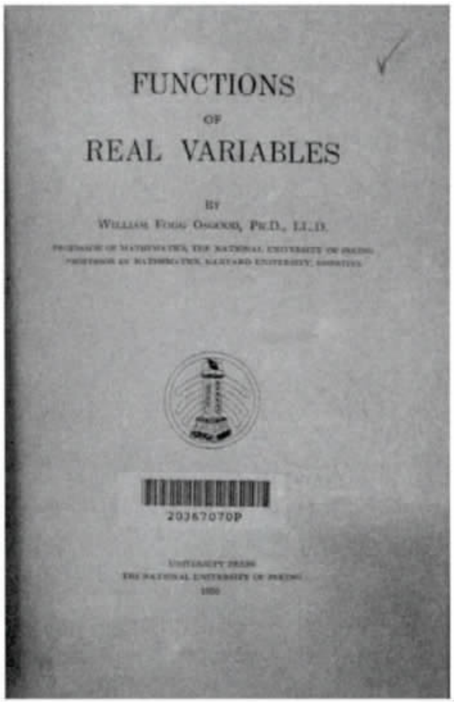


图3 奥斯古德《实变函数》书名页

《实变函数》[1] 共 12 章，各章分若干小节，各小节后大都配有习题，供学生练习。表 1 所列为各章主要内容。

① “同时付印”指与奥氏理论力学课程讲义《力学》一起付印。

表 1 奥斯古德著《实变函数》[1] 各章主要内容

章次	章名	主要内容
1	无穷级数的收敛(Convergence of Infinite Series)	无穷级数及其收敛的定义、正项级数比较判别法、级数收敛一般判别法、判定级数收敛的柯西积分判别法、关于 $\lim u_{n+1}/u_n = 1$ 例子的判别法、库默尔准则(Kummer′s Criterion) 、交错级数、带任意正负项的级数、无穷乘积、超几何级数
2	数系(The Number System)	数的概念问题、分数、负数、无理数、连续性定理、点集收敛序列基本定理、无理数的加法、双变量和的极限、无理数的乘法、根、不等式、引入无理数的正则序列方法
3	点集、极限、连续(Point Sets, Limits, Continuity)	点集定义、函数、极限、有界函数、极限的三个定理(和、积、商) 、连续函数的三个定理、一致连续、覆盖定理、选择公理
4	导数、积分、隐函数(Derivatives, Integrals, Implicit Functions)	导数定义、没有导数的连续函数、罗尔定理、中值定理、合成函数的微分、带有一个余项的泰勒定理、多变量函数、连续函数的积分、隐函数、存在性定理、联立方程组、逆变换、雅可比行列式恒等于零
5	一致收敛(Uniform Convergence)	函数级数、一致收敛、魏尔斯特拉斯 M 判别法、函数级数的连续性、幂级数、阿贝尔引理、二项级数、级数的积分、级数的微分、二重极限和 s(n,m) 定理、级数的微分的应用、奇点的凝聚
6	初等函数(The Elementary Functions)	三角函数、对数函数、指数函数、无穷乘积
7	无穷级数的代数变换(Algebraic Transformations of Infinite Series)	无穷级数收敛的初等定理,收敛级数的交换律、结合律,二重级数,级数的级数(Series of Series) ,关于幂级数的定理,伯努利数,余切函数的发展,多变量解析函数,正则曲线、约当曲线
8	傅里叶级数(Fourier′s Series)	傅里叶级数、贝塞尔不等式、傅里叶系数的估计、傅里叶级数的求和公式、阿贝尔定理、傅里叶级数收敛的证明、傅里叶级数的连续问题、吉布斯效应、傅里叶展开的积分与微分、发散级数、可和的傅里叶级数
9	定积分、线积分(Definite Integrals, Line Integrals)	常义积分、多重积分、莱布尼兹法则、积分的可变极限、带有常数限的累次积分、证明 $\partial^2 u/\partial x\partial y = \partial^2 u/\partial y\partial x$、广义积分、二重极限、积分的一致收敛、瓦莱-普桑 $\mu(x)$ 判则(The de la Vallée-Poussin $\mu(x)$ -Test) 、有限区间上的广义积分、积分的矩形区域、交错积分的估计、$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}dx$ 的计算、杜哈美尔定理(Duhamel′s Theorem) 、线积分、积分 $\int_c Pdx + Qdy$
10	Γ 函数(The Gamma Function)	Γ 函数的定义、差分方程、高斯积(Gauss′s Product) 斯特林公式
11	傅里叶积分(Fourier′s Integral)	傅里叶积分的定义及相关引理,傅里叶积分的收敛、微分法,导出积分(Derived Integrals) ,对于多变量函数的傅里叶积分
12	微分方程、存在性定理(Differential Equations, Existence Theorems)	关于微分方程的问题、微分方程的存在性定理、半线性微分方程的例子、对参数的依赖性、隐式积分关系、线性微分方程、高阶微分方程、一阶线性偏微分方程、变量变换、一般一阶偏微分方程、通过特征曲线的积分

显然,上述“实数函数论”课程纲要中的内容基本都在此书中。奥氏在此书《序言》中说 “它是为那些已经学完高等微积分,但还没有开始学习函数论,即实变函数论或复变函数论的学生准备的。”([1],ⅲ页) 从内容看,此书大都是实变函数论的基础知识和理论,并未纳入勒贝格的测度、可测集、可测函数、勒贝格积分等前沿内容。这些表明此书是

学习实变函数论的入门教科书，也反映出奥氏开设的“实数函数论”课程重在为学生打基础。

值得注意的是，奥氏在此书《序言》中就第3章的连续函数的3个定理的证明问题指出:

> 学生能有希望精通这一学科的唯一方法是写他自己的书。他应该用自己的话陈述每个定理，然后要像作者为满足学生需要那样加以证明。教科书介绍得越清楚，对只依赖阅读的学生越坏。学生自己必须对主要定理给出自己独立的书面证明，再自己反复记忆，这就像他在这个迷人的城市(北平)通过他喜欢而常去的地方，步行去讲演或散步一样。首要的是定理的内容;其次是证明的方法，必须复习，将其溶入肉与血。([1]，iv页)

这些看法是奥氏通过数十年关于函数论的教学和研究，总结的宝贵经验和心得。它们对学生学习实变函数论的知识和理论无疑是重要的。

此书的特点是强调新方法，并以许多不同的应用和大量习题予以说明，也注重初等定理证明的细节。([1]，iii页)同时，正文或脚注时常给学生一些学习的要求或提示，书中有的语言也较为生动。如针对第1章无穷级数的收敛的内容，该章要求学生做如下补充作业“新鲜而仔细地”学习奥氏的《微积分导论》(*Introduction to the Calculus*)[25]的“无穷级数”一章(第14章)，也重新学习其《高等微积分》(*Advanced Calculus*)[26]“不定式”一章(第10章)。([1]，33页)关于第2章的正则序列方法，此书强调这是个中间方法，是“一条容易达到山顶的路。旅行者购票、乘坐缆车。许多人喜欢这种旅行方式。但是有些人喜欢攀岩和穿越溪流。如果心脏好，肌肉强壮，这样的登高有其优点。”([1]，61页)再如，第5章第4节介绍函数项级数连续的定理及其证明后，加脚注提示学生“值得花时间学习这个定理和它的几何学上的证明，解释一致收敛的条件:$s_m(x)-\varepsilon<s_n(x)<s_m(x)+\varepsilon$。这个条件意味着全部后来的近似曲线位于以曲线$y=s_m(x)-\varepsilon$和$y=s_m(x)+\varepsilon$为边界的带状区域之中。选择一个新的$\varepsilon'<\varepsilon$，把这个带状区域变窄，展示几何上的变化。”([1]，139页)

此外，1934年度，奥氏还开设了“函数各论乙”课程。这门课程集中于“势函数”、“三角级数”、“球带函数”、“Bessel函数”，属于高等课程，由该系四年级学生选修，对于三年级学生，“若本系认为成绩优良者可选习此课程”，课时半年，“下学期每周讲演四小时，四学分”。此课将3种欧美数学家的原著列为参考书:(1)Pierce的*Newtonian Potentials*①;(2)美国数学家拜尔利(William Elwood Byerly，1849~1935年)的《傅里叶级数与球谐函数》(*Fourier's Series and Spherical Harmonics*);(3)苏格兰数学家格雷(Andrew Gray，1847~1925年)和马修斯(George Ballard Mathews，1861~1922年)合著的《贝塞尔函数及其对物理的应用》(*A Treatise on Bessel Functions and Their Applications to Physics*)。此课纲要为“吸引物质之牛顿势函数。电磁势函数。Poisson积分。级数展开。算学的物理学中一次偏微分方程式之解法，及实际计算引起之展开问题。”([3]，8~9页)这反映出此课

① 这似指美国数学家皮尔斯(Benjamin Osgood Pierce，1854~1914年)的《牛顿势函数理论元素》(*Elements of the Theory of the Newtonian Potential Function*)。

较为注重数学物理问题及实际应用。

3　“复数函数论”课程与《复变函数》

奥氏在哈佛大学数学系执教期间，多年享有教授复变函数课程的特权，并为使学生有效学习在高等分析中排在首位的这门课程，与那里的同事共同付出了努力。([2]，iii 页) 。他在北大数学系于 1935 年度开设“复数函数论”课程。它属于“基本课程”，由三年级学生必修，课时半年，“上学期每周五小时，五学分”。其纲要为 “一个复变数的线性变换，同形变换，Riemann 曲面，Cauchy 的函数论的基本定理，代数与周期函数，双周期函数，对数的势函数。”[14] 此课使用 3 种参考书: (1) 美国数学家柯蒂斯(David Raymond Curtiss，1878 ~ 1953 年) 的《复变函数》(*Analytic Functions of a Complex Variable*) ; (2) 美国数学家皮尔庞特(James Pierpont，1866 ~ 1938 年) 的《复变函数》(*Functions of a Complex Variable*) ; (3) 法国数学家古尔萨(Édouard-Jean-Baptiste Goursat，1858 ~ 1936 年) 著、美国数学家赫德里克(Earle Raymond Hedrick，1876 ~ 1943 年) 翻译的《数学分析教程》(*A Course in Mathematical Analysis*) 第 2 卷第 1 部分。[14] 它们都是关于复变函数或相关领域的经典著作。

1933 年 4 月 1 ~6 日，国民政府教育部在南京举行天文、数学、物理讨论会。这次讨论会将“复变函数论”列入全国大学数学系最低限度必修课程，议定其内容包括“复数运算，Cauchy Riemann 微分方程式，等角写照，Cauchy 诸基本定理，奇点，剩余定理及其应用，整函数，周期函数，解析的推广。”([23]，105 ~ 107 页) 将奥氏“复数函数论”课程纲要内容与这次讨论会议定的“复变函数论”课程内容相比较，我们发现 ‘同形变换”与“等角写照”相同(两者现译为“同形映射”) ; ‘Cauchy 的函数论的基本定理”与“Cauchy 诸基本定理’，‘代数与周期函数’、‘双周期函数”与“周期函数”基本相同。另外，课程纲要没有的“复数运算”作为奥氏“复数函数论”课程的一个最基本的知识点，应该在授课时会涉及。虽然从纲要看，奥氏的课程内容较上述议定的课程内容要少，但笔者认为，实际上奥氏此课内容应远较其内容丰富，通过分析奥氏 1936 年出版的《复变函数》可见端倪。

《复变函数》聚焦于单复变函数，旨在给完成高等微积分课程的学生，介绍现代分析的最重要方法和结果。([2]，iii 页) 它共分 9 章，各章亦设若干小节，每小节后也大都配有习题，供学生练习。各章主要内容，如表 2 所示。

表 2　奥斯古德著《复变函数》[2] 各章主要内容

章次	章名	主要内容
1	复数(Complex Numbers)	复变函数论的起源、复数系、复数的运算公式
2	解析函数、线性变换(Analytic Functions. Linear Transformations)	复变函数的定义、极限、连续性、导数、微分，解析函数，反函数，变换，保角性
3	共形映射(Conformal Mapping)	复数域上的对数函数、函数 $w = z^a$、函数 $w = \sin^{-1} z$、函数 $w = \frac{1}{z}$、反演几何、球极平面射影、一般线性变换、无限区域、一般线性变换的运动处理(Kinematic Treatment)

续表 2

章次	章名	主要内容
4	黎曼曲面(Riemann's Surfaces)	黎曼曲面举例、函数 $w=z^a$、$w^2=G(z)$ 函数、关于多值函数、函数 $w^3-3w=z$、双棱锥体函数(Functions of the Double Pyramid)、线性变换、代数函数
5	柯西理论(The Cauchy Theory)	曲线、区域、线积分、复数域上的积分、柯西积分定理及其应用、柯西积分公式、解析函数的导数、调和函数、柯西估计、刘维尔定理(Liouville's Theorem)、代数基本定理、莫雷拉定理(Morera's Theorem)、柯西-泰勒展开(The Cauchy-Taylor Development)
6	进一步的展开。魏尔斯特拉斯;黎曼(The Further Development. Weierstrass; Riemann)	函数级数、幂级数、解析函数的根、孤立奇点、黎曼定理、极点、本性奇点、魏尔斯特拉斯定理、∞ 点、共形映射[1]、代数基本定理[2]、罗朗定理(Laurent's Theorem)、有理函数、级数的线性变换、留数、留数定理、对数留数、达布定理(Darboux's Theorem)、圆上矩形的映像(Map of a Rectangle on a Circle)
7	解析延拓(Analytic Continuation)	解析延拓的定义及相关定理、沿着曲线的解析延拓、单演解析函数及其例子、代数函数、单值化、函数元素、带自然边界的函数、函数关系的不变性、椭圆函数
8	对数位势(The Logarithmic Potential)	调和函数[3]、线性方程的基本性质、消没通量定理(The Theorem of Vanishing Flux)、中值定理、最大最小值定理、共轭函数、共形映射[4]、边界值与线积分、依据边界值表示 μ、格林函数、泊松积分、可去奇点、调和函数的极点、一致收敛、哈纳克定理、调和函数的展开、$u=c$ 的轨迹、唯一性定理、穿越圆弧的连续、(在解析边界值情况下)穿越解析曲线的连续、解析曲线邻域的共形映像、解析延拓[5]
9	单连通区域的共形映像(Conformal Map of a Simply Connected Region)	圆上任何单连通区域的共形映像、格林函数的存在性(Existence of a Green's Function)、解析多角形、带尖点的圆弧多角形、圆弧三角形函数、圆弧三角形、自守性、带主圆的三角函数、不变积分、圆弧多角形函数、皮卡定理

1) 此书第 3 章已对“共形映射”有专门介绍。第 6 章“共形映射”内容主要是引入一个新定理。

2) 此书第 5 章包括代数基本定理的内容,是通过刘维尔定理证明的。第 6 章的代数基本定理是引入了另一种证明方法。

3) 此书第 5 章对调和函数已有介绍。第 8 章介绍调和函数,是由此引入对数位势的内容。

4) 第 8 章“共形映射”的内容,主要是引入调和函数在共形映射下不变这个定理。

5) 此书第 7 章对“解析延拓”也有专门介绍。第 8 章的“解析延拓”内容是引入一个新定理。

由表 2 可知,奥氏《复变函数》基本囊括了课程纲要和上述议定课程的内容,且远较后两者丰富。此书还包括“复数函数论”课程纲要未涉及的奇点、剩余定理等内容。奥氏在书中虽未说明它与“复变函数论”课程的关系,但我们有理由认为其稿本或大部分内容即此课讲义:

首先,在内容编排上,此书 9 章中有 5 章与课程纲要内容一致或大体一致:第 2 章“解析函数、线性变换”与“一个复变数的线性变换”大体一致;第 3 章“共形映射”与“同形变换”一致;第 4 章“黎曼曲面”与“Riemann 曲面”一致;第 5 章“柯西定理”与“Cauchy 的函数论的基本定理”一致;第 8 章“对数位势”与“对数的势函数”大体一致。第 7 章“解析延拓”还包括代数函数的内容。而且上述内容是依次对应,无顺序颠倒的情况。

其次,此书序写于 1936 年 1 月,这是奥氏讲授“复数函数论”课程之后或即将结束之

际。讲授此课时，他不用此书稿本或其大部分内容作为讲义，而是抛开它，另编讲义，是不合常理的。

另外，奥氏"复数函数论(第二部)"于1935年度开设。它属于"高等课程"，要求预修"复数函数论"，规定四年级学生及研究生选修，为"半年课程"，"上学期每周三小时"。此课包括"数复数的解析函数论专题"、"代数函数与其积分函数"、"自形函数"三部分内容。[14] 其中，"数复数的解析函数论专题"即多复变函数论专题。1935年，奥氏还担任了北大理科研究所算学部研究生指导教师，负责开设"数复变数函数论"课程，即多复变函数论课程；并与冯祖荀、江泽涵、申又枨分任指导"解析学与几何学专题"研究工作。[27]

4　《实变函数》、《复变函数》与《函数论教科书》的关系

1989年美国数学会出版的《美国数学一百年》(*A Century of Mathematics in America*)第二部中刊有沃尔什所撰《奥斯古德》一文。文中有如下一段文字:

> 1933年从哈佛大学退休后，奥斯古德花了两年时间(1934～1936)在国立北京大学任教。在那儿，通过他的学生的准备，他的讲演形成了两本英文著作，于1936年出版《实变函数》和《复变函数》。这两本著作大部分内容取材于《函数论教科书》①。[7]

这里所说的《函数论教科书》，即奥斯古德的《函数论教科书》。此书于1907年出版，分两卷，是一本系统阐述实变函数论、复变函数论(包括多复变函数论)的教科书。1928年此书第1卷出版至第5版。沃尔什所言"这两本著作大部分内容取材于《函数论教科书》"主要指此书第1卷第5版。因为分别与奥氏《实变函数》、《复变函数》有关的实变函数和单复变函数的内容均在《函数论教科书》第1卷；而奥氏在《复变函数》序言中说此书常见的参考文献是其《函数论教科书》第1卷(1928年出版的第5版)([2]，iii～iv页)；《实变函数》有5处②明确提到和引用《函数论教科书》，其中有2处③注明参考的是《函数论教科书》第1卷第5版；另有2处注明参考的是此书第1卷，仅有1处注明参考此书第2卷第1分册。

据笔者考察，奥氏《实变函数》、《复变函数》确有不少内容取材于《函数论教科书》。其中，也不乏基本照搬的情况。如《实变函数》第4章的罗尔定理及其证明([1]，101～102页)[28]、隐函数存在性定理及其证明([1]，119～122页；[28]，65～69页)、第5章一致收敛定义([1]，134页；[28]，94～95页)、魏尔斯特拉斯M判别法及其证明([1]，136～137页；[28]，100～101页)，《复变函数》第5章的柯西积分定理及其证明([1]，105～106页；[28]，198～299页)等。

---

① 这段文字的英文原文为: After Osgood's retirement from Harvard in 1933 he spent two years (1934～1936) teaching at the National University of Peking. Two books in English of his lectures there were prepared by his students and published there in 1936: *Functions of Real Variables* and *Functions of a Complex Variable*. Both books borrowed largely from the *Funktionentheorie*.

② 即《实变函数》第130、139、241、262、310页脚注。参见参考文献[1]第130、139、241、262、310页。

③ 即《实变函数》第241、262页脚注。参见参考文献[1]第262页。

不过，这两本著作取材于《函数论教科书》第1卷第5版的有些内容经过较大程度的改编。如关于导数定义，《实变函数》与后书的表述即明显不同。两书的表述，如表3所示。

表3 《实变函数》与《函数论教科书》第1卷第5版导数定义比较表

《实变函数》的定义 ([1]，97页)	《函数论教科书》第1卷第5版的定义 ([28]，19页)
Let a function $f(x)$ be defined in the neighborhood of a point, $x = x_0$. Form the difference-quotient: 1) $\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$, where $x_0+\Delta x$ is a point of the above neighborhood, distinct from x_0. If the quotient approaches a limit as Δx approaches 0, the function is said to have a *derivative*, or be *differentiable*, at the point x_0. We write: 2) $\lim\limits_{\Delta x=0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=D_x y=f'(x_0)$. If the ratio 1) approaches a limit when Δx approaches 0 passing only through positive values, $f(x)$ is said to have a *forward derivative*. And similarly for a *backward derivative*. If, and only if, these two are equal, will $f(x)$ have a derivative in the point x_0. But if x_0 is an end point of the domain of definition of $f(x)$, then $f(x)$ is said to have a derivative in the point x_0 if the forward or backward derivative exists. If a function has a derivative in a point, the function is continuous in the point. But the converse is not true, as will presently be shown. If the difference-quotient 1) becomes infinite as Δx approaches 0, the function is said to have an *infinite derivative*. In particular, we may have $\lim\limits_{\Delta x=0+}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=+\infty$, or $-\infty$; and similarly for $\lim\Delta x=0^-$. When, however, we say of a function that it *has a derivative*, we shall use the word only in the sense of a proper derivative, and exclude the case that the difference-quotient becomes infinite. If $f(x)$ has a derivative at every point of an interval, open or not, the function is said to be *differentiable in the interval*.	Sei die Funktion $y=f(x)$ für alle Werte von x in einem Intervalle eindeutig erklärt und seien x_0, $x_0+\Delta x$ zwei Punkte des Intervalls. Man bilde den Differenzen-quotienten $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ Ist x_0 ein innerer Punkt des Intervalls und konvergiert $\Delta y/\Delta x$ beim Grenzübergange $\lim\Delta x=0$ gegen einen Grenzwert, so definiert man letzteren als die *Ableitung* der Funktion $f(x)$ im Punkte x_0 und bezeichnet ihn mit $f'(x_0)$: $\lim\limits_{\Delta x=0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta_x}=f'(x_0)$. Wird $\lim\limits_{\Delta x=0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta_x}=+\infty,-\infty$, so sagt man, $f(x)$ hat im Punkte x_0 eine *unendliche Ableitung* und nennt zum Gegensatz die eigentliche Ableitung eine *endliche* Ableitung. Wir werden jedoch unter den Worten: „$f(x)$ hat eine Ableitung“ verstehen, sofern das Gegenteil nicht ausdrücklich bemerkt ist, daβ eine endliche Ableitung, d. h. ein eigentlicher Grenzwert vorliegt.

由表3可见，关于导数定义，《实变函数》的表述较为细致。而且，在自变量的增量的极限方面，《实变函数》与《函数论教科书》第1卷第5版关于无穷大导数的定义的表述也存在细微的差别。《实变函数》是从自变量的增量 Δx 趋于 0^+ 和 0^- 两种情况进行表述的，而《函数论教科书》第1卷第5版仅从 Δx 趋于0这一种情况进行表述。

不妨再举一例。《复变函数》第3章“共形映射”中关于函数 $w=z^a$ 的内容取材于《函数论教科书》第1卷第5版的第6章关于函数 $w=z^m$ 的内容。两书相关内容的插图完全相同，但内容表述区别较大，如表4所示。

表 4　《复变函数》与《函数论教科书》第 1 卷第 5 版关于 $w = z^{\alpha}$ 和 $w = z^{m}$ 内容比较表

《复变函数》关于 $w = z^{a}$ 的内容 ([2], 51 ~52 页)	《函数论教科书》第 1 卷第 5 版关于 $w = z^{m}$ 的内容 ([28], 259 ~ 260 页)
Consider the map defined by the function 1)　$w = z^{a}$ whereis α is a positive real number. Let $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, $w = R(\cos\Phi + i\sin\Phi)$. Then $R(\cos\Phi + i\sin\Phi) = r^{a}(\cos\alpha\varphi + i\sin\alpha\varphi)$. Hence 2)　$R = r^{\alpha}$, $\Phi = \alpha\varphi + 2k\pi$. Thus a circle about the origin, $z = 0$, goes over into a circle about the origin, $w = 0$. Consider a sector of a circle: 3)　$0 \leqslant r \leqslant r_1$,　$0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_1$, Let $\phi = \alpha\varphi$ and assume that $\alpha\varphi_1 = \pi$, $1 < \alpha$. Let $r_1 = 1$; then $R_1 = 1$. Thus a sector of the unit circle in the z-plane, whose angle is $\varphi_1 = \pi/\alpha$, is open out like a fan on a semicircle. And yet, not wholly like a fan, for the points of the z-figure are drawn in toward the centre. If, for example, $\alpha = 2$, the points on the circle $r = \frac{1}{2}$ go over into points on the circle $R = \frac{1}{4}$	Ist m eine positive ganze Zahl, so ist die Funktion $f(z) = z^{m}$ in der ganzen z-Ebene eindeutig und analytisch. Da die Ableitung $f'(z) = mz^{m-1}$ im Punkte $z = 0$, sonst aber nirgends, verschwindet, sofern $m > 1$ ist, so erweist sich damit die Abbildung der Umgebung eines beliebigen Punktes $z_0 \neq 0$ auf die w-Ebene als ein-eindeutig und konform. Setzt man $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, $w = R(\cos\Phi + i\sin\Phi)$, So führt die Gleichung $w = z^{m}$ zu den Relationen $(1)\ \begin{cases} \mathrm{R} = r^{m}, \\ \Phi = m\varphi, \end{cases} \quad \begin{cases} r = R^{\frac{1}{m}}, \\ \varphi = \dfrac{\Phi + 2k\pi}{m}, \end{cases}$ wo $k = 0, 1, \cdots m-1$ ist. Wir wollen hier Φ zunächst auf das Intervall $0 \leqslant \Phi \leqslant \pi$ beschränken und zugleich $k = 0$ nehmen. Dadurch wird φ zu einer eindeutigen Funktion von Φ in diesem Intervall. Bei dieser Festsetzung wird eine beliebige innerhalb des Winkels $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/m$ gelegene Figur der z-Ebene ein-eindeutig und konform auf eine Figur der oberen Hälfte der w-Ebene abgebildet. Insbesondere heben wir zwei Bereiche hervor: a) der Sektor des Einheitskreises $0 \leqslant r \leqslant 1$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/m$ wird auf den Halbkreis $0 \leqslant R \leqslant 1$, $0 \leqslant \Phi \leqslant \pi$ bezogen; b) dem Winkel $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/m$ entspricht die ganze Halbebene $0 \leqslant \Phi \leqslant \pi$.

在表 4 中,由于 a 与 m 均表示正实数,$w = z^{a}$ 与 $w = z^{m}$ 实际表示同一函数。从分别对 $w = z^{a}$ 和 $w = z^{m}$ 的介绍看,《复变函数》的表述要较《函数论教科书》第 1 卷第 5 版的表述简要。这一方面体现于前者对 $w = z^{a}$ 的引入和条件的陈述; 另一方面体现于前者对 R 与 r、Φ 与 φ 的关系的表述。不仅如此,通过比较表 4 左右两栏可知,《复变函数》与《函数论教科书》第 1 卷第 5 版关于 R 与 r、Φ 与 φ 关系之后内容的表述区别更大。

5　结　语

抗战前的一二十年是现代数学在中国传播与发展的一个重要历史时期。其间的传播者不仅有本土学者,还有国外数学家。奥斯古德便属于后者。与中国本土学者相比,奥斯古德传播函数论具有明显的优势。首先,这在于在函数论这一重要的基本学科领域,他已是成就卓著并享誉世界的一流专家。而 1934 至 1936 年他在北大讲学期间,中国本土学者在这一学科领域还没有世界一流的专家,也没有人在学术成就上能与他比肩。其次,他有在世界著名学府哈佛大学任教 43 年的经历,专长函数论,尤其复变函数论的教学,并富

有教学能力和经验，且著有大部头的系统阐述实变函数论、复变函数论（包括多复变函数论）的《函数论教科书》。这些是当时教授函数论方面课程的中国本土学者所望尘莫及的。

奥斯古德在北大的讲学是抗战前国外数学家来华讲学活动的重要组成部分。讲学期间，他为数学系学生较为全面地开设了函数论方面的课程。通过这些课程与在北大出版部出版《实变函数》和《复变函数》，他在中国系统传播了实变函数论、单复变和多复变函数论。这两本著作分别是中国最早出版的实变函数、复变函数教科书。沃尔什所言"这两本著作大部分内容取材于《函数论教科书》"主要指这两部著作的大部分内容取材于《函数论教科书》第1卷第5版。这种取材决非完全照搬，而是对有些内容作了较大的改编。

奥斯古德开设的"实数函数论"课程重在为学生打基础，并不侧重前沿知识和理论，没有讲授勒贝格的测度、可测集、可测函数、勒贝格积分等前沿内容。"实数函数论"课程的讲义即《实变函数》稿本。其《复变函数》与"复数函数论"课程内容密切相关。此书系统介绍了单复变函数的知识和理论，内容远较"复数函数论"课程纲要和1933年教育部天文、数学、物理讨论会议定的"复变函数论"课程内容丰富。关于"函数各论乙"、"复数函数论"、"复数函数论（第二部）"等课程，他选用的参考书基本都是欧美数学家的原著。在"复数函数论（第二部）"课程中，他讲授了处于前沿的多复变函数论专题、代数函数与其积分函数、自行函数等内容。

从后来的反响看，奥斯古德的讲学是受到一些学生欢迎的。如1947年一位笔名为本的北大数学系教师①说：奥氏在讲课中把分析上用的"ε"、"δ"，分别说成"易卜西隆"是敌人的、"得而他"是自由我们的。有了自由我们的"得而他"，便克服了敌人的硬性"易卜西隆"。经他这么比喻，学生们便觉得"性灵的活跃，文字公式的呆滞，都变成了光辉的流转"。[29] 奥氏的《实变函数》出版后，在美国数学界还引起一些关注。如1937年美国高等研究院（Institute for Advanced Study）的约翰逊（Marie M. Johnson）在《国家数学杂志》（*National Mathematical Magazine*）发表书评，推荐此书。其推荐理由是：此书强调新方法，有许多初等定理的细节是奥氏的德文著作②所省略或仅简略提及的，加入了最近的参考资料，完成了奥氏《高等微积分》一书不完整的证明。[30] 而且1958年，即奥氏逝世15年后，其《实变函数》与《复变函数》合订为一册由美国切尔西出版公司（Chelsea Publishing Company）重印。[31] 这表明这两本著作出版后在美国不无影响。

在笔者看来，奥斯古德的讲学活动对北大数学系和中国数学的发展更具有多方面的影响。其一，他的讲学活动使该系的函数论课程更为专门化，可能促使该系教师更为重视实变函数论和复变函数论这两门大学数学专业的重要课程③，催生了实变函数、复变函数

---

① 本可能是曾任奥氏助教的孙树本。

② 这似指奥氏的《函数论教科书》。

③ 一个例证是：1937年抗战爆发后，北大数学系教授申又枨在北大与清华大学、南开大学合组的西南联合大学的数学系开设"实变函数论（Ⅰ）（1937～1938年度）"、"实变函数论（Ⅱ）（1937～1938年度）"、"复变函数论（1938～1939、1939～1940、1942～1943各年度）"课程。详见：北京大学、清华大学、南开大学、云南师范大学编《国立西南联合大学史料》第3卷（教学、科研卷）（昆明：云南教育出版社，1998年）第143、156、182、278页。

教科书在中国的出版，推进了函数论在中国的传播。其二，他的讲学活动使该系学生受到哈佛训练模式的训练，缩小了他们与国际水平的差距，使学生容易在国际上与国外数学家进行沟通、对话。他讲学期间的该系学生樊{{}}、王湘浩等后来出国留学并取得较高的学术成就应该或多或少都与他的讲学有关。其三，他通过讲学为该系师生树立了学者的典范，为该系植下了优良传统的种子。正如在该系受教于他的赵淑玉回忆说: 奥氏"虽年事已高，而学识之渊博、紧追潮流不舍与治学做事一丝不苟的精神带动了一辈人的优良学风与作风，留下了一批优秀学者、骨干力量。"[32] 再如"本"所说:

> 奥氏在上一辈数学家中真是成名之士，著作贡献相当大。而他留在中国不到两年的短短岁月里，给我们印象最深的不是他的学问高低和贡献大小，而是他贯彻始终一丝不苟的处事做学问的态度。从他那里我们看不见气焰凌人的骄傲，也看不见小有成就的夸张，只让人觉得平易近人，当时仿佛平凡，今天想来便觉怀念那种高超的学者风格。[29]

对学生成长和学系发展而言，这种精神层面的影响实际相当重要。但据江泽涵晚年的回忆，奥氏通过讲学并未带动该系师生追随其从事相关函数论的研究工作①，这是令人感到遗憾的。

致　谢　本文承蒙审稿专家提出宝贵的修改意见、李文林先生提供江泽涵致伯克霍夫信、江丕栋先生提供他父亲江泽涵教授保存的人物照片，谨致谢忱!

参 考 文 献

1 Osgood W F. *Functions of Real Variables* [M]. Beijing: University Press, The National University of Peking, 1936.

2 Osgood W F. *Functions of a Complex Variable* [M]. Beijing: University Press, The National University of Peking, 1936.

3 李文林. Some Aspects of the Mathematical Exchanges between China and the United States in Modern Times [A]. 李文林. 数学的进化——东西方数学史比较研究 [M]. 北京: 科学出版社, 2005. 382 ~ 405.

4 刘秋华. 二十世纪中外数学思想交流 [M]. 北京: 科学出版社, 2010. 117 ~ 118.

5 张奠宙. 中国近现代数学的发展 [M]. 石家庄: 河北科学技术出版社, 2000. 61 ~ 64.

6 胡树铎, 王士平. 伯克霍夫和奥斯古德在北京大学授课 [A]. 李艳平, 王士平(编). 远方来的播火者——20 世纪上半叶世界著名科学家入华记 [M]. 北京: 首都师范大学出版社, 2012. 142 ~ 148.

7 Walsh J L. William Fogg Osgood [A]. Peter Duren(ed). *A Century of Mathematics in America* [C]. Part Ⅱ. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 1989. 84.

8 江泽涵. 漫谈六十年来学和教拓扑学 [A]. 江泽涵先生纪念文集编委会(编). 数学泰斗世代宗师 [C]. 北京: 北京大学出版社, 1998. 16.

9 Koopman B O. William Fogg Osgood—In Memoriam [J]. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 1944, **50**(3): 139 ~ 142.

10 国立北京大学数学系课程指导书(十四年至十五年度) [A]. 国立北京大学八年度至十四年度课程指导书 [R]. 北京: 北京大学档案, BD1919029.

11 The Agreement [A]. 奥斯古教授合同、国立北京大学研究教授工作报告(第二次) [R]. 北京: 北京大学档案,

① 江泽涵回忆奥氏讲学活动时说: 奥氏"讲多元复变函数论，有关 Abel 积分等问题，惜无师生继续随他作此项研究。"([8], 16 页)

BD1934012.

12 *Letter from T. H. Kiang to G. Birkhof on August* 20，1934 [R]. Cambridge：Harvard University Archives，HUG4213.2.

13 国立北京大学算学系课程指导书(民国二十三年度) [R]. 自印本. 北京：北京大学. 1~9.

14 国立北京大学算学系课程指导书(民国二十四年度) [A]. 国立北京大学二十四年度入学试题、课程指导书、二十四至二十五年度文学院课程一览 [R]. 北京：北京大学档案，BD1935008.

15 中国大百科全书总编辑委员会《数学》编辑委员会. 中国大百科全书·数学 [Z]. 北京：中国大百科全书出版社，1988. 223，579.

16 奏定大学堂章程(附通儒院章程) [A]. 璩鑫圭，唐良炎. 中国近代教育史资料汇编(学制演变) [Z]. 上海：上海教育出版社，1991. 361~362.

17 民国元年所订之大学学制及其学科 [A]. 光绪二十九年、民国元年北大学科设置及课程安排、入北京大学校插班生名单 [R]. 北京：北京大学档案，BD1912001.

18 国立北京大学分科规程 [A]. 有关政法学会开成立大会请派代表的文书(附宣言和会章各一份)、国立北京大学分科规程 [R]. 北京：北京大学档案，BD1916005.

19 国立北京大学数学系指导书(十三年至十四年度) [N]. 北京大学日刊，1924-09-06：4.

20 国立北京大学数学系课程指导书(十五年至十六年度) [A]. 北大学术研究会有关文件、北大课程指导书、北大旁听生规则 [R]. 北京：北京大学档案，BD1926006.

21 国立北京大学数学系指导书(十八年度至十九年度) [N]. 北大日刊，1929-09-19：2.

22 国立北京大学算学系课程指导书(民国二十一年度至二十二年度) [A]. 北京大学入学考试简章、入学试题及1932年录取新生姓名及二十一年度课程指导书 [R]. 北京：北京大学档案，BD1932012.

23 国立编译馆(编辑). 教育部天文数学物理讨论会专刊 [Z]. 南京：国民政府教育部印行，1933. 329~330.

24 国立北京大学研究报告(民国二十三年度上学期) [N]. 北京大学周刊，1935-03-30：3.

25 Osgood W F. *Introduction to the Calculus* [M]. New York：The Macmillan Company，1922.

26 Osgood W F. *Advanced Calculus* [M]. New York：The Macmillan Company，1925.

27 国立北京大学研究院招考章程(二十四年七月) [A]. 北京大学学则、规程(民国21—25年)、文学院课程一览(民国12—22年) [R]. 北京：北京大学档案，BD1932009.

28 Osgood W F. *Lehrbuch der Funktionentheorie* [M]. erster band. Leipzig und Berlin：Verlag und Druck von B. G. Teubner，1928. 23.

29 本. 北大的数学系 [J]. 北大化讯，1947，(18、19)：29.

30 Johnson M M. Functions of Real Variables by William Fogg Osgood [J]. *National Mathematics Magazine*，1937，**12**(3)：153~154.

31 Osgood W F. *Functions of Real and Complex Variables* [M]. New York：Chelsea Publishing Company，1958.

32 赵淑玉. 整顿学风赖先生 [A]. 江泽涵先生纪念文集编委会(编). 数学泰斗世代宗师 [C]. 北京：北京大学出版社，1998. 363.

William Fogg Osgood and the Dissemination of Theories of Functions in China

GUO Jinhai
(*Institute for the History of Natural Sciences*, *CAS*, *Beijing* 100190, *China*)

Abstract As a research professor of the National University of Peking, William Fogg Osgood (1934 ~ 1936), the well-known American mathematician and Harvard University mathematics department professor, taught at the mathematics department of the National University of Peking from 1934 to 1936. He mainly offered courses on theories of functions, and was the first foreign mathematician to systematically disseminate the theories of functions in China. During this period, he wrote two books published by the University Press in 1936, *Functions of Real Variables* and *Functions of a Complex Variable*. Some of the content of these two books originated from his *Lehrbuch der Funktionentheorie*, though considerably adapted. They are the earliest textbooks on these subjects published in China. The manuscript of *Functions of Real Variables* was his teaching materials for the course on theories of functions of real variables. *Functions of a Complex Variable* is closely related to the content of the course of theories of functions of a complex variable. His teaching activities not only made the department's courses about theories of functions more specialized, promoted the dissemination of theories of functions in China, but also gave students training in the mode of Harvard University, narrowing the gap between them at the international level.

Key words William Fogg Osgood, mathematics department of Peking University, Functions of Real Variables, Functions of a Complex Variable, dissemination of mathematics

美国数学家奥斯古德在北京大学

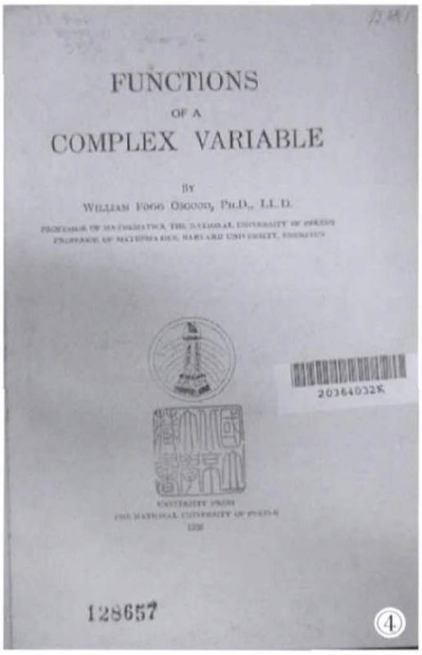
① 1936年江泽涵(左1)、樊际昌(左2)、张景钺(左4)与奥斯古德(左3)在北京大学合影(左后为江泽涵夫人蒋守方)

② 1935年北京大学图书馆新馆落成，胡适(左)与奥斯古德在楼顶合影

③ 1935年双十节北京大学数学系部分教师及家属在北海合影(前排左4江泽涵，后排左2奥斯古德)

④ 1936年由北京大学出版部出版的奥斯古德《复变函数》(*Functions of a Complex Variable*)书名页

⑤ 1936年北京大学数学系全体教授与奥斯古德在北京大学理学院前合影(左起：赵淞、冯祖荀、奥斯古德、申又枨、江泽涵)



(本版图像资料由中国科学院自然科学史研究所郭金海博士提供)